

## МАРКШЕЙДЕРСКОЕ ДЕЛО. ГОРНОПРОМЫШЛЕННАЯ ГЕОЛОГИЯ

УДК 550.837

DOI: 10.21440/0536-1028-2023-5-79-89

### Моделирование рассеяния электромагнитного поля на 3D-объектах в непроводящей среде

Ратушняк А. Н.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Институт геофизики им. Ю. П. Булашевича УрО РАН, г. Екатеринбург, Россия  
*e-mail: geo\_info@mail.ru*

#### Реферат

**Цель работы.** В настоящей статье проведено сопоставление результатов математического моделирования низкочастотного магнитного поля индуктивного источника, рассеиваемого на 3D-проводящих объектах, с данными физического моделирования, выполненного другими авторами, применительно к низкочастотным индуктивным методам наземной и скважинной электроразведки. Сопоставление результатов должно стать тестом правильности алгоритма расчетов гармонического электромагнитного поля стороннего источника на проводящем 3D-объекте.

**Методика проведения исследований.** Математическое моделирование рассеяния гармонического электромагнитного поля на проводящем 3D-объекте выполнено с помощью специализированного пакета программ, предназначенного для расчета магнитного поля стороннего индуктивного источника на локальном объекте, находящегося в непроводящей вмещающей среде (воздух). Результаты физического моделирования определены по литературным данным различных отечественных и зарубежных авторов.

**Анализ результатов.** Проведенное сравнение расчетов и результатов физического моделирования составляющих переменного магнитного поля для аналогичных физико-геометрических условий и параметров источников, а также проводящего 3D-тела при магнитном типе возбуждения проводящей сферы, куба и тонкой проводящей пластины показало хорошее качественное и количественное соответствие величин и пространственных характеристик составляющих магнитного поля. Выполненное сравнение указывает на необходимость учета индуктивного слагаемого, обусловленного изменением магнитного поля по закону Фарадея, при проведении математического моделирования рассеяния гармонического электромагнитного поля на проводящих 3D-объектах.

**Область применения результатов.** Результаты выполненной работы могут быть использованы при проведении геофизических электромагнитных исследований методами индукционных дистанционных и частотных зондирований при поисково-разведочных работах на рудных месторождениях полезных ископаемых и применении электромагнитных методов дефектоскопии проводящих материалов.

**Ключевые слова:** проводящий 3D-объект; физическое моделирование; математическое моделирование; переменное магнитное поле.

**Введение.** Целью настоящих исследований является сравнение результатов математического моделирования низкочастотного магнитного поля гармонического индуктивного источника с проводящим 3D-объектом с материалами физического моделирования применительно к методам индуктивной электроразведки, а также с аналитическим решением распределения магнитного поля, рассеиваемого проводящей сферой.

В настоящей работе для аналитического расчета гармонического магнитного поля, рассеиваемого проводящим 3D-объектом, расположенным в непроводящей среде, и его сопоставления с материалами физического моделирования используется частный случай уравнения рассеяния низкочастотного гармонического электромагнитного поля стороннего источника на локальном проводящем 3D-объекте, приведенный в работах [1, 2].

Уравнение рассеяния поля получено как суперпозиция аномальных напряженностей электрического и магнитного полей вторичных электрических и магнитных диполей, возникающих в центрах элементарных объемов под действием внешнего электрического и магнитного полей.

Уравнение рассеяния гармонического электромагнитного поля учитывает как парный, так и перекрестный эффекты физических полей. Парный эффект полей заключается в учете двух сил, действующих со стороны электрического и со стороны переменного магнитного поля, и в поляризации 3D-проводника токами проводимости и токами индукции. Перекрестный эффект полей заключается в создании магнитного поля электрическим полем по закону Био-Савара (токами в проводящей среде) и электрического поля – магнитным полем по закону Фарадея (изменением потока магнитной индукции).

В случае непроводящей вмещающей среды в уравнении рассеяния отсутствуют аномальные слагаемые поля, соответствующие возбуждению проводящего 3D-объекта токами проводимости ввиду их отсутствия. Для расчета напряженности магнитного поля из [1, 2]:

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \mathbf{H}^0 - \frac{1}{4\pi} \int_V G^{HH}(\mathbf{r}/\mathbf{r}') k^2(\mathbf{r}') \Phi(\mathbf{r}') dV, \quad (1)$$

где  $\mathbf{H}^0$  – напряженность магнитного поля источника в однородной среде, А/м;  $V$  – объем проводящего 3D-тела, м<sup>3</sup>;  $G^{HH}(\mathbf{r}/\mathbf{r}') = \text{rot rot}(1/R)$  – тензорная функция Грина, м<sup>-3</sup>,  $R = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$ , м;  $k = \sqrt{j\omega\mu_0\sigma}$  – волновое число, м<sup>-1</sup>;  $\omega$  – круговая частота, 1/с,  $\mu_0$  – магнитная постоянная, Гн/м,  $\sigma$  – удельная электропроводность 3D-объекта, См/м.

С помощью вектора  $\Phi = (\xi H_\xi d\xi d\eta + \eta H_\eta d\xi d\zeta + \zeta H_\zeta d\xi d\eta) / c$  обозначен поток вектора напряженности магнитного поля  $\mathbf{H}$ , пересекающего малый объем  $dV = d\xi d\zeta d\eta$  в ортогональных направлениях  $\xi, \eta, \zeta$  (единичные орты) через площадь  $S$  сечения элементарного объема по направлению магнитного поля,  $c = \text{const}$ . В отличие от традиционно используемой в электродинамике физической величины скалярного потока магнитной индукции через площадь  $\Phi$ , введенное обозначение вектора позволяет учитывать направление вектора магнитного поля и ориентировку плоскости, в которой создается вихрь индукционной плотности тока.

Для точек  $\mathbf{r} \in V$  уравнение (1) является системой интегральных соотношений для напряженности магнитного поля, описывающей возбуждение проводящего 3D-тела переменным магнитным полем по закону Фарадея. Для точек  $\mathbf{r} \notin V$  уравнение (1) является интегральной формулой для расчета напряженности магнитного поля.

**Алгоритм численного моделирования.** Численная реализация уравнения (1) основывается на обобщении метода решения одномерного скалярного интегрального уравнения, предложенного Фредгольмом [3]. В трехмерном случае для век-

торного поля она заключается в замене непрерывного интеграла по объему (или по нескольким объемам) суммой по конечному числу элементов объема, столь малых, что электропроводность и напряженности поля можно считать постоянными величинами в пределах каждого из них.

Перегруппируем слагаемые системы и запишем уравнение рассеяния (1) в матричном виде с симметричными дифференциальными операторами, используя соотношение векторного анализа  $\operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{F} = \operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{F} - \Delta \mathbf{F}$  и волновое уравнение для скалярной функции Грина, из которого следует, что  $\Delta g(\mathbf{r} - \mathbf{r}') = k_0^2 g(\mathbf{r} - \mathbf{r}') - 4\pi \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$ .

Перегруппируем слагаемые и внесем  $H_m(\mathbf{r}')$  под знак интеграла, используя свойство дельта-функции Дирака и представив ее в качестве общего множителя. Заменяем интеграл по объему  $V$  суммой при  $N \rightarrow \infty$  элементарных объемов  $dV_j$  и перенесем интегрирование на множитель, стоящий в скобках. Для текущей точки  $\mathbf{r}_i$  элементарного объема получим:

$$\sum_{j=1}^N \sum_{n=1}^3 \left[ \delta_{mn} \delta_{r_p} \psi(\mathbf{r}_p) + \frac{k^2(\mathbf{r}_p) d^2(\mathbf{r}_p)}{4\pi c} \bar{G}_{mn}(\mathbf{r}_i/\mathbf{r}_p) \right] H_n(\mathbf{r}_p) = H_m^0(\mathbf{r}_i),$$

где  $\psi(\mathbf{r}_p) = 1 - k^2(\mathbf{r}_p) d^2(\mathbf{r}_p) / 2c$ .

Рассматривая

$$A_{mn}(\mathbf{r}_i/\mathbf{r}_p) = \delta_{mn} \delta_{r_p} \psi(\mathbf{r}_p) + \frac{k^2(\mathbf{r}_p) d^2(\mathbf{r}_p)}{4\pi c} \bar{G}_{mn}(\mathbf{r}_i/\mathbf{r}_p)$$

как элементы матрицы  $\mathbf{A}$  размером  $N \times N$ , а  $H_m^0$  и  $H_n$  как  $N$ -мерные векторы, где индексы  $m$  и  $n = 1, 2, 3$  ( $x, y, z$ ), получим матричное представление интегрального уравнения, т. е. систему линейных алгебраических уравнений вида  $[\mathbf{A}] \cdot [\mathbf{H}] = [\mathbf{H}^0]$ , где  $\mathbf{A}$  – матрица размером  $3N \times 3N$ ,  $\mathbf{H}$  и  $\mathbf{H}^0$  – векторы неизвестных и свободных членов размером  $3N$ . Алгоритмы численной реализации системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) изложены в работах [2, 4]. В данной работе для численного решения СЛАУ использовался метод исключения Гаусса.

**Модель 1.** Рассмотрим расчет переменного магнитного поля для 3D-проводящего однородного тела в форме куба, находящегося в непроводящей среде, в однородном низкочастотном внешнем магнитном поле. Этот случай позволяет провести численное сравнение результатов математического моделирования с аналитическим решением задачи о рассеянии однородного гармонического поля на проводящей сфере. Формулы для аналитического расчета магнитного поля сферы с радиусом  $a$  приведены в работах [5–7] и имеют вид:

$$H_r = H_0 \left( 1 - \frac{a^3}{r^3} D \right) \cos \theta; \quad H_\theta = -H_0 \left( 1 + \frac{a^3}{2r^3} D \right) \sin \theta,$$

где  $D = \frac{3 \operatorname{cth}(ka)}{ka} - \frac{3}{(ka)^2} - 1$ ,  $\mathbf{H}_0 = H_0 \mathbf{i}_0$ .

Параметры расчетов: величина напряженности нормального магнитного поля  $H_z^0 = 1$  А/м, удельная электропроводность тела  $\sigma_v = 1$  См/м,  $f = 10^4$  Гц, ребро куба

$d = 50$  м, расстояние от центра тела до линии наблюдений  $y = 0$  составляет  $z = 250$  м.

На рис. 1 приведены графики  $ReH_x$ ,  $ReH_z$  и  $ImH_x$ ,  $ImH_z$  проводящих сферы (индекс  $S$ ) и куба по профилю наблюдений. Математическая модель соответствует физической модели в масштабе 100 : 1.

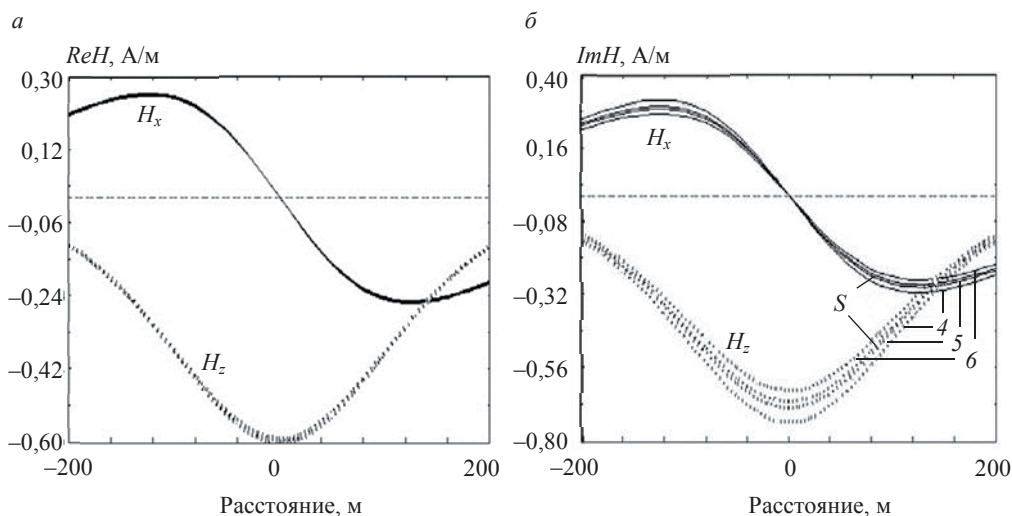


Рисунок 1. Графики  $ReH_x$ ,  $ReH_z$  – а и  $ImH_x$ ,  $ImH_z$  – б сферы (индекс  $S$ ) и куба по оси  $X$  в однородном магнитном поле

Figure 1. Graphs of  $ReH_x$ ,  $ReH_z$  – a and  $ImH_x$ ,  $ImH_z$  – б of a sphere (index  $S$ ) and a cube along the  $X$  axis in a uniform magnetic field

Цифрами на кривых обозначено число разбиений каждой стороны куба на элементарные объемы. Составляющие магнитного поля от проводящей сферы обозначены буквой  $S$ . Объем сферы с радиусом  $a$  принят равным объему куба  $V_{3D} = d^3 = 4\pi a^3/3 = V_S$ .

Как видно из приведенных графиков рис. 1, кривые  $Re$  компонентов поля для сферы и куба практически сливаются. Для  $Im$  компонентов поля достаточно хорошее приближение поля куба и сферы равных объемов достигается при разбиении проводящего куба уже на  $5^3$  элементов.

На рис. 2 приведены частотные характеристики  $Re$  и  $Im$  квадратур  $H_z$  – составляющей напряженности аномального магнитного поля – для точки, находящейся на полярной оси  $x = 0$ ,  $z = 250$  м вне проводящих 3D-тела и сферы равных объемов. В качестве аргумента приведен безразмерный волновой параметр сферы  $P = \omega\mu_0\sigma a^2$ .

Рассмотренный пример расчетов переменного магнитного поля при магнитном типе возбуждения показывает соответствие перераспределения внешнего магнитного поля проводящего 3D-тела полю проводящей сферы, определяемому по аналитическим формулам.

**Модель 2.** Рассмотрим расчет переменного магнитного поля для 3D-проводящего однородного тела в форме куба, находящегося в непроводящей среде, в однородном низкочастотном внешнем магнитном поле магнитного диполя. Этот случай позволяет провести численное сравнение с результатами физического моделирования, выполненного применительно к индуктивной электроразведке над проводящим шаром [8] методом индуктивного профилирования. Обобщение экспериментальных работ приведено в работе [9].

В качестве модельного объекта использовался чугунный шар диаметром  $d = 0,16$  м. В качестве установки использовалась экваториальная система из приемной и генераторной катушек малого диаметра с одинаковыми направлениями осей (установка  $ZZ$ ), разносимых на расстояние  $r = 0,4$  м (разнос) с моментом диполя  $M_z = 10^3$  А · м<sup>2</sup>. Расположение катушек – продольное (вдоль линии профиля над центром шара) и поперечное (середина установки проходит над центром шара). Физическое моделирование выполнялось с проведением модульных измерений амплитуд  $B_z$  магнитной индукции с частотой тока в магнитном диполе  $f = 15$  МГц.

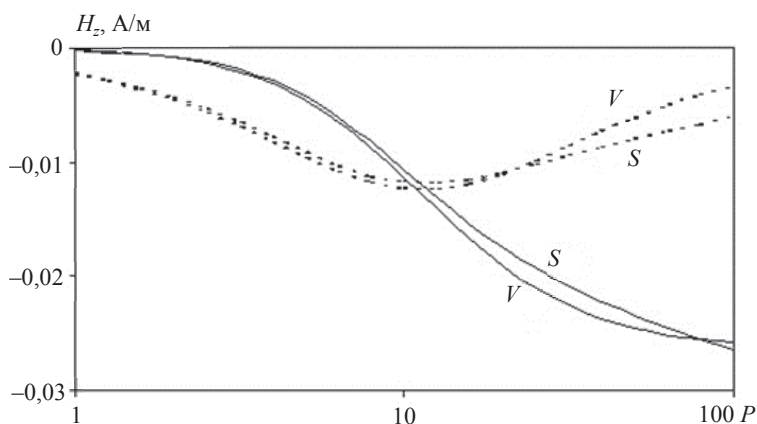


Рисунок 2. Графики зависимости  $Re$  (сплошные) и  $Im$  (штриховые)  $H_z$  на полярной оси  $Z$  проводящих сферы  $S$  и куба  $V$  от волнового параметра  $P$   
Figure 2. Dependency graphs of  $Re$  (solid) and  $Im$  (dashed)  $H_z$  on the polar axis  $Z$  of the conducting sphere  $S$  and cube  $V$  on the wave parameter  $P$

На рис. 3 приведены графики  $ReB_{za}$  по оси  $X$  над шаром при продольном и поперечном расположении установки.

Высокая частота тока в магнитном диполе в соответствии с частотной характеристикой рис. 2 обуславливает перераспределение аномалии из квадратуры  $Im$  в  $Re$ . Локальный проводник при продольном расположении установки отмечается двумя экстремумами равной величины с расстоянием между аномалиями, близким к величине разноса.

При поперечном расположении установки проводящее тело отмечается максимумом при положении магнитного диполя над центром тела. В обоих случаях расположения установки погружение проводящего тела приводит к уменьшению аномалии магнитного поля.

Аналогичные модельные измерения над проводящим шаром выполнены авторами работы [10]. В качестве модельного объекта использовался алюминиевый шар диаметром  $d = 0,05$  м с удельной электропроводностью  $\sigma = 0,35 \cdot 10^8$  См/м, моделирующий проводящее рудное тело. В качестве установки использовалась экваториальная система из приемной и генераторной катушек малого диаметра с одинаковыми направлениями осей (установка  $ZZ$ ), разносимых на различное расстояние (разнос  $r$ ) с продольным направлением установки относительно профиля над центром шара вдоль оси  $X$ . Физическое моделирование выполнялось с проведением фазочувствительных измерений фаз  $\varphi_z$  и амплитуд  $H_z$  магнитного поля с частотой тока в магнитном диполе  $f = 500$  Гц.

На рис. 4 приведены графики рассчитанных фаз  $\varphi_z$  и амплитуд  $H_z$ , приведенных к величине первичного поля установки  $H_z^0 = -1/(4\pi r^3)$ , для соответствующей мате-

математической модели масштаба 100 : 1 над центром проводящего куба с ребром  $h = d$  на разносах  $r = 5, 10, 15$  м.

Подобие математической и физической моделей обеспечивается равенством величин волновых параметров  $P_\phi = \omega \mu_0 \sigma_\phi d^2 = \omega \mu_0 \sigma_m h^2 = P_m$  за счет изменения величины электропроводности математической модели  $\sigma_m$ .

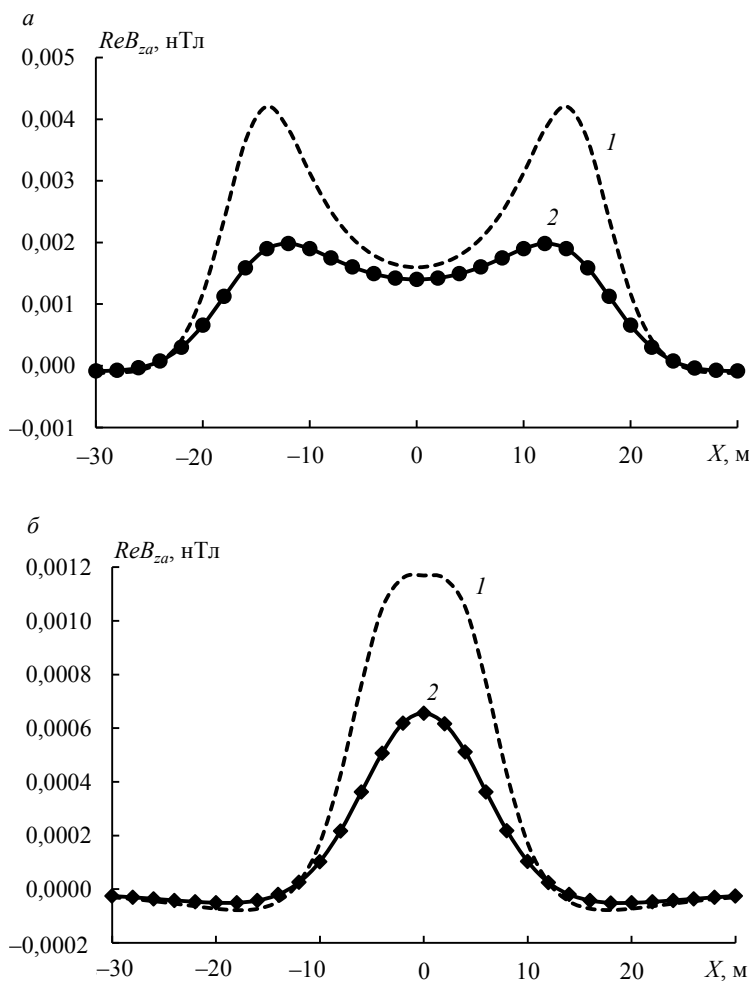


Рисунок 3. Графики  $ReB_{z\alpha}$  по оси  $X$  над шаром продольной –  $a$  и поперечной –  $b$  установок; глубина центра шара: 1 – 11,3 м; 2 – 13 м  
 Figure 3. Graphs of  $ReB_{z\alpha}$  along the  $X$  axis over the ball of longitudinal –  $a$  and transverse –  $b$  installations; depth of the ball center: 1 – 11.3 m; 2 – 13 m

Отмечая качественное соответствие рассчитанных и экспериментальных результатов, приведенных в [10, с. 64], отметим, что величина рассчитанного модуля поля превышает величину модуля первичного поля источника  $|H_z| = \sqrt{Re H_z^0 + Im H_z^0} > |H_z^0|$ , поскольку аномалия магнитного поля содержится в основном в квадратуре  $Im H_z^0$ . Соответственно, приведенное поле составляет величину, по модулю превышающую единицу. Для соответствия величин фазовых углов

необходимо более точное определение величины удельной электропроводности шара, которое приведено, очевидно, по справочной литературе. В приведенных расчетах принято  $\sigma = 5 \cdot 10^{-3}$  См/м, что соответствует волновому параметру объема  $P = 5 \cdot 10^{-4}$ .

Рассмотренные примеры физического моделирования и расчетов переменного магнитного поля при магнитном типе возбуждения локального проводящего тела магнитным диполем показывают их качественное соответствие.

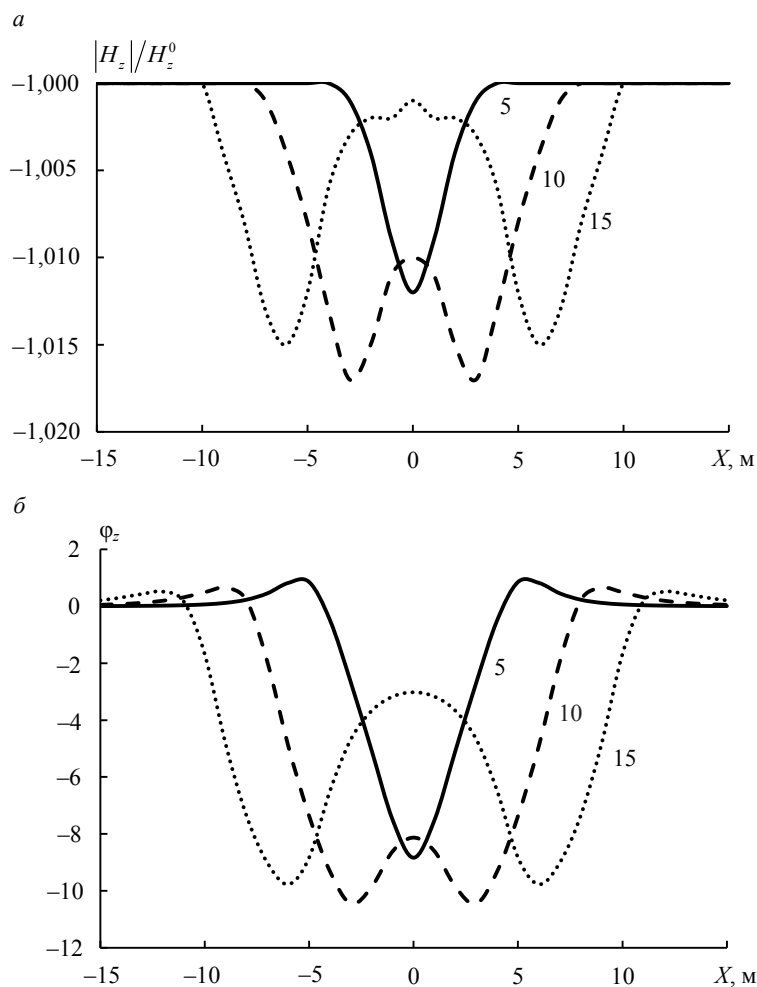


Рисунок 4. Графики относительных амплитуд  $|H_z|/H_z^0$  –  $a$  и фаз  $\varphi_z$  –  $b$ , рассчитанных по оси  $X$  при  $z = 4$  м над центром шара на разносах  $r = 5, 10, 15$  м (шифр кривых)

Figure 4. Graphs of relative amplitudes  $|H_z|/H_z^0$  –  $a$  and phases  $\varphi_z$  –  $b$ , calculated along the  $X$  axis under  $z = 4$  m above the ball center at  $r = 5, 10, 15$  m (code of curves)

**Модель 3.** Модельные измерения с проводящим 3D-телом выполнены авторами работы [11] применительно к электроразведке методом дипольного электромагнитного профилирования скважин (ДЭМПС).

В качестве проводящего объекта использовался прямоугольный параллелепипед из тонкого дюралюминиевого листа толщиной 2,7 мм, моделирующий тонкий

проводящий пласт с размерами по простиранию, существенно превосходящими мощность и размер установки. В качестве установки использовалась система из трех ортогональных приемных и одной генераторной катушек малого диаметра, разносимых на различное расстояние  $L$  (разнос). Ось датчика  $H_z$  – составляющей магнитного поля – совпадает с направлением момента генераторной катушки  $M_z$ , соответствующей магнитному диполю. Физическое моделирование выполнялось с проведением модульных измерений амплитуд  $H_z$  магнитного поля с частотой тока в магнитном диполе  $f = 1125$  Гц.

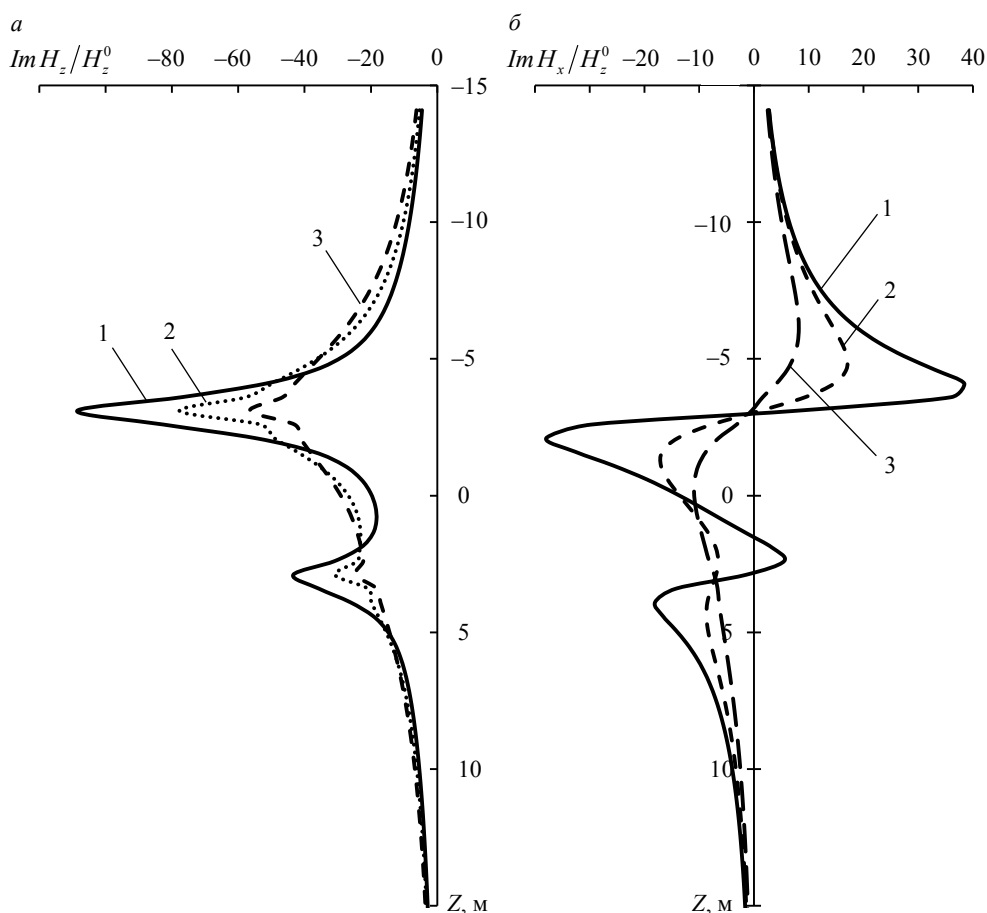


Рисунок 5. Графики отношений осевой  $Im H_z / H_z^0$  – а и поперечной  $Im H_x / H_z^0$  – б составляющих магнитного поля по оси  $Z$ , пересекающей проводящее 3D-тело на разном расстоянии  $y$ , м, от вертикальной границы (шифр кривых)

Figure 5. Graphs of the ratios of the axial  $Im H_z / H_z^0$  – а and transverse  $Im H_x / H_z^0$  – б magnetic field components along the  $Z$  axis, crossing the conducting 3D body at different distances  $y$ , m, from the vertical boundary (code of curves)

На рис. 5 приведены графики вдоль оси  $Z$  рассчитанных мнимых квадратур  $H_y$  и  $H_z$ , приведенных к величине первичного поля установки  $H_z^0 = 1/(2\pi r^3)$  для разноса  $L = 12$  м, для математической модели, соответствующей физической, в масштабе 60 : 1.

При различных положениях линии наблюдений, направленной по оси  $z$  и пересекающей проводник на небольшом расстоянии  $y$  до вертикальной границы тела,



верхняя и нижняя границы проводящего 3D-объекта отмечаются однополярными аномалиями осевой составляющей поля  $ImH_z$  на границах тела и знакопеременными аномалиями поперечной составляющей  $\dot{Im}H_x$ . Однополярные аномалии вертикальной составляющей магнитного поля  $ImH_z$  напротив границ тела объясняются концентрацией индукционных токов вблизи внешней границы тела. Знакопеременные аномалии горизонтальной составляющей  $ImH_x$  обусловлены скачком (разрывом) магнитного поля, пересекающим поверхность с токами.

Величины аномалий уменьшаются по мере приближения линии наблюдений к центру проводящего объекта ( $y \rightarrow y_s$ ) и в предельном случае положения в центре объекта равняются нулю ввиду симметрии модели.

Аномалии вертикальной составляющей магнитного поля, измеренные внутри модельного объекта, имеют вид постоянных значений [11, рис. 3.35], что связано с погрешностями физического моделирования. При этом аномалии горизонтальной составляющей магнитного поля снаружи проводящего модельного объекта являются знакопеременными, что соответствует теоретическим расчетам.

Математическое моделирование может быть полезным для оценки правильности результатов физического моделирования, выполняемого отечественными и зарубежными исследователями не только вопросов электромагнитных методов исследований, но и дефектоскопии проводящих материалов [12–15].

**Выводы.** Примеры расчетов переменного магнитного поля при магнитном типе возбуждения проводящего 3D-тела в непроводящей среде показывают соответствие полю модельных объектов, определяемых по физическому моделированию и аналитическим формулам. Для гармонического режима изменения электромагнитного поля описание возбуждения проводящего 3D-тела электрическим и переменным магнитным полем позволяет адекватно описать парный и перекрестный эффекты физических полей.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Ратушняк А. Н. Рассеяние гармонического электромагнитного поля на локальных проводниках // Известия вузов. Горный журнал. 2006. № 1. С. 149–156.
2. Аэроэлектроразведка при поисках месторождений проводящих руд / А. И. Человечков [и др.]. Екатеринбург: УрО РАН, 2012. 72 с.
3. Крылов В. И., Бобков В. В., Монастырный П. И. Начала теории вычислительных методов: интегральные уравнения, некорректные задачи и улучшение сходимости. Минск: Наука и техника, 1984. 263 с.
4. Кормильцев В. В., Ратушняк А. Н. Моделирование геофизических полей при помощи объемных векторных интегральных уравнений. Екатеринбург: РФФИ–УрО РАН, 2000. 98 с.
5. Дивильковский М. А. Задача о шаре, помещенном в однородное электрическое или магнитное поле // Журнал технической физики. 1939. Т. 9. № 5. С. 433–443.
6. March Н. W. The field of magnetic dipole in presence of a conducting sphere // Geophysics. 1953. Vol. 18. P. 671–684.
7. Светов Б. С. Теория, методика, интерпретация материалов низкочастотной индуктивной электроразведки. М.: Недра, 1973. 254 с.
8. Молочнов Г. В., Балобаев В. Т. Проводящее тело в электромагнитном поле вертикального магнитного диполя // Ученые записки ЛГУ. Вопросы геофизики. 1958. № 249. Вып. 10. С. 24–36.
9. Вешев А. В., Ивочкин В. Г., Игнатьев Г. Ф. Электромагнитное профилирование. Л.: Недра, 1971. 216 с.
10. Захаров В. Х. Дипольное индуктивное профилирование с амплитудно-фазовыми измерениями при поисках и разведке сульфидных руд. Л.: Недра, 1967. 156 с.
11. Лебедин Л. В., Попов Н. И., Савинова М. И., Шрага А. Б. Скважинная индукционная электроразведка с аппаратурой СИНУС. Л.: Рудгеофизика, 1990. 224 с.
12. Heagy L. J., Oldenburg D. W. Modeling electromagnetics on cylindrical meshes with applications to steel-cased wells // Geophysics. 2019. Vol. 125. P. 115–130.
13. Heagy L. J., Cockett R., Kang S., Rosenkjaer G. K., Oldenburg D. W. A framework for simulation and inversion in electromagnetics // Computers & Geosciences. 2017. Vol. 107. P. 1–19.

14. Oldenburg D. W., Heagy L. J., Kang S., Cockett R. 3D electromagnetic modelling and inversion: a case for open source // *Exploration Geophysics*. 2020. Vol. 51(1). P. 25–37.

15. Kang S., Oldenburg D. W., Heagy L. J. Detecting induced polarisation effects in time-domain data: a modelling study using stretched exponentials // *Exploration Geophysics*. 2020. Vol. 51(1). P. 122–133.

Поступила в редакцию 17 мая 2023 года

#### Сведения об авторе:

**Ратушняк Александр Николаевич** – кандидат технических наук, доцент, заведующий лабораторией электрометрии Института геофизики им. Ю. П. Булашевича УрО РАН. E-mail: geo\_info@mail.ru; <https://orcid.org/0000-0003-2446-1330>

DOI: 10.21440/0536-1028-2023-5-79-89

## Modelling the electromagnetic field scattering on 3D objects in a non-conducting medium

**Aleksandr N. Ratushniak<sup>1</sup>**

<sup>1</sup> Bulashevich Institute of Geophysics UB RAS, Ekaterinburg, Russia.

### Abstract

**Research objective.** The results of mathematical modelling of the low-frequency magnetic field of an inductive source scattered on 3D conducting objects were compared with the data of physical modelling performed by other authors in relation to low-frequency inductive methods of surface and borehole electrical exploration. Results comparison should test the correctness of the algorithm for calculating the harmonic electromagnetic field of a third-party source on a conducting 3D object.

**Methods of research.** Mathematical modelling of harmonic electromagnetic field scattering on a conducting 3D object is carried out using a specialized software package designed to calculate the magnetic field of a third-party inductive source on a local object located in a non-conducting host medium (air). The results of physical modelling were determined according to the literary data of various domestic and foreign authors.

**Results analysis.** Comparison of calculations and results of physical modelling of alternating magnetic field components for similar physical-geometric conditions and source parameters and conducting 3D body at magnetic type of conducting sphere, cube and thin conducting plate excitation showed good qualitative and quantitative correspondence of values and spatial characteristics of magnetic field components. The comparison shows that it is important to take into account the inductive component conditioned by the change in the magnetic field according to Faraday's law, when modelling harmonic electromagnetic field scattering on conducting 3D objects.

**Scope of the results.** Research results can be used at geophysical electromagnetic survey using induction remote and frequency sounding methods during prospecting and exploration at ore fields. The research results can also be used when applying electromagnetic methods for flaw survey of conductive materials.

**Keywords:** conducting 3D object; physical modelling; mathematical modelling; alternating magnetic field.

### REFERENCES

1. Ratushniak A. N. Diffusion of harmonic electromagnetic field on local conductors. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Gornyi zhurnal = News of the Higher Institutions. Mining Journal*. 2006; 1: 149–156. (In Russ.)

2. Chelovechkov A. I. et al. *Aerial prospecting by electric methods at mineral exploration of conductive ore*. Ekaterinburg: UB RAS Publishing; 2012. (In Russ.)

3. Krylov V. I., Bobkov V. V., Monastyrnyi P. I. *The fundamentals of the theory of computational techniques: integral equations, ill-posed problems, and convergence acceleration*. Minsk: Nauka i tekhnika Publishing; 1984. (In Russ.)

4. Kormiltsev V. V., Ratushniak A. N. *Modelling geophysical fields through volume vector integral equations*. Ekaterinburg: RFBR UB RAS Publishing; 2000. (In Russ.)

5. Divilkovskii M. A. The problem of a sphere located into a homogeneous electric or magnetic field. *Zhurnal tekhnicheskoi fiziki = The Journal of Applied Physics*. 1939; 9(5): 433–443. (In Russ.)
6. March H. W. The field of magnetic dipole in presence of a conducting sphere. *Geophysics*. 1953; 18: 671–684.
7. Svetov B. S. *Theory, methods, and interpretation of materials of low-frequency inductive electrical survey*. Moscow: Nedra Publishing; 1973. (In Russ.)
8. Molochnov G. V., Balobaev V. T. Conducting body in electromagnetic field of vertical magnetic dipole. *Uchenye zapiski LGU. Voprosy geofiziki = Proceedings of LSU. Geophysics*. 1958; 249(10): 24–36. (In Russ.)
9. Veshev A. V., Ivochkin V. G., Ignatiev G. F. *Electromagnetic profiling*. Leningrad: Nedra Publishing; 1971. (In Russ.)
10. Zakharov V. Kh. *Dipole induction profiling with amplitude-phase observations at prospecting and exploration of sulphide ore*. Leningrad: Nedra Publishing; 1967. (In Russ.)
11. Lebedkin L. V., Popov N. I., Savinova M. I., Shraga A. B. *Downhole induction survey with SINUS equipment*. Leningrad: Rudgeofizika Publishing; 1990. (In Russ.)
12. Heagy L. J., Oldenburg D. W. Modeling electromagnetics on cylindrical meshes with applications to steel-cased wells. *Geophysics*. 2019; 125: 115–130.
13. Heagy L. J., Cockett R., Kang S., Rosenkjaer G. K., Oldenburg D. W. A framework for simulation and inversion in electromagnetics. *Computers & Geosciences*. 2017; 107: 1–19.
14. Oldenburg D. W., Heagy L. J., Kang S., Cockett R. 3D electromagnetic modelling and inversion: a case for open source. *Exploration Geophysics*. 2020; 51(1): 25–37.
15. Kang S., Oldenburg D. W., Heagy L. J. Detecting induced polarisation effects in time-domain data: a modelling study using stretched exponentials. *Exploration Geophysics*. 2020; 51(1): 122–133.

Received 17 May 2023

**Information about the author:**

**Aleksandr N. Ratushniak** – PhD (Engineering), Associate Professor, Head of the Electrical Logging Laboratory, Bulashevich Institute of Geophysics UB RAS. E-mail: [geo\\_info@mail.ru](mailto:geo_info@mail.ru); <https://orcid.org/0000-0003-2446-1330>

**Для цитирования:** Ратушняк А. Н. Моделирование рассеяния электромагнитного поля на 3D-объектах в непроводящей среде // Известия вузов. Горный журнал. 2023. № 5. С. 79–89. DOI: 10.21440/0536-1028-2023-5-79-89

**For citation:** Ratushniak A. N. Modelling the electromagnetic field scattering on 3D objects in a non-conducting medium. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Gornyi zhurnal = Minerals and Mining Engineering*. 2023; 5: 79–89 (In Russ.). DOI: 10.21440/0536-1028-2023-5-79-89