

## Расчет статистических характеристик паспорта прочности горных пород

Гордеев В. А.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Уральский государственный горный университет, г. Екатеринбург, Россия

*e-mail: gordeev.v@ursmu.ru*

### Реферат

**Введение.** При оценке риска в задачах горной геомеханики необходимо учитывать статистические характеристики изменчивости и взаимосвязи физических параметров горных пород – среднеквадратические отклонения и коэффициенты корреляции этих параметров для каждого инженерно-геологического элемента. В расчетах устойчивости карьерных откосов используют параметры паспорта прочности горных пород – сцепление и угол внутреннего трения. Неучет взаимной корреляции между параметрами паспорта прочности приводит к завышению/занижению погрешностей расчетных показателей – коэффициента устойчивости и геометрических параметров откоса, к занижению/завышению степени риска.

**Цель работы и методология.** На основе регрессионного анализа рассмотреть варианты получения элементов корреляционной матрицы для различных способов построения паспорта прочности по результатам лабораторных испытаний образцов – при одноосном сжатии и растяжении и методом одноплоскостного среза.

**Результаты.** В статье выводятся необходимые формулы для расчета ковариационной матрицы параметров паспорта горных пород. Установлено, что способ расчета ковариационной матрицы зависит от применяемого лабораторного метода испытаний образцов. На примерах показано, что коэффициент корреляции между сцеплением и коэффициентом внутреннего трения может иметь разный знак.

**Область применения результатов.** Вычисленные по предложенной методике значения статистических характеристик параметров паспорта прочности горных пород могут быть использованы при решении вероятностных задач горной геомеханики.

**Ключевые слова:** паспорт прочности; сцепление; коэффициент внутреннего трения; испытания образцов; ковариационная матрица; коэффициент корреляции.

**Цель работы.** Современные способы решения задач горной геомеханики в условиях риска учитывают стохастическую природу физических параметров горных пород, обусловленную их изменчивостью даже в пределах одного инженерно-геологического элемента (ИГЭ). При разработке имитационных методик оценки риска принимают во внимание законы распределения, коэффициенты вариации, среднеквадратические отклонения и другие статистические характеристики показателей свойств горных пород. Одна особенность физических параметров горных пород остается слабо изученной – корреляция (взаимосвязанность). Очевидно, что изменения в структуре и химическом составе породы даже одного типа должны приводить к взаимосвязанным изменениям физических свойств. Однако установить такие связи можно лишь между свойствами (плотность, влажность, пористость, акустические свойства), показатели которых определяются не разрушающими образец (монолит) методами, либо между этими свойствами и одним из показателей прочности.

Особенный интерес представляют параметры паспорта прочности горных пород – сцепление и угол внутреннего трения. Они используются в расчетах устойчивости карьерных откосов. В литературе отмечалось, что неучет взаимной корреляции между параметрами паспорта прочности приводит к завышению

погрешностей расчетных показателей – коэффициента устойчивости откоса, геометрических параметров откоса (предельного угла или предельной высоты) [1, 2]. Предлагались также различные способы учета корреляции – с помощью регрессионного анализа [2] и конфлюентного анализа статистических связей [3].

В лабораторных условиях паспорт прочности строится несколькими методами: по результатам испытаний образцов при одноосном сжатии и растяжении; по результатам испытания грунта методом одноплоскостного среза; по результатам определения предела прочности при срезе со сжатием.

**Методика исследований.** В статье рассматриваются способы оценки коэффициента корреляции между сцеплением и коэффициентом внутреннего трения по результатам испытаний при одноосном сжатии и растяжении и методом одноплоскостного среза.

*ГОСТ 21153.8-88. Породы горные. Метод определения предела прочности при объемном сжатии* определяет расчетные процедуры для построения паспорта прочности скальных и полускальных горных пород по данным определения прочности при одноосном сжатии и растяжении. ГОСТ не содержит формул для вычисления сцепления  $C_0$  (предельного сопротивления срезу  $\tau_c$  при отсутствии нормальных напряжений) и угла внутреннего трения  $\varphi_0$  (или коэффициента внутреннего трения  $f_0 = \text{tg}\varphi_0$ ). Кроме того, рекомендуемый расчетный метод табулирован, он громоздкий и неудобный для расчетов на ЭВМ [4].

Из всего многообразия формул горной геомеханики [5, 6] возьмем две формулы, описывающие связи между прочностными характеристиками горных пород [7]:

$$C = \frac{\sqrt{\sigma_p \sigma_{сж}}}{2}; \quad \text{tg } \varphi = \frac{\sigma_{сж} - \sigma_p}{2\sqrt{\sigma_p \sigma_{сж}}}, \quad (1)$$

где  $\sigma_p$  и  $\sigma_{сж}$  – пределы прочности породы соответственно при растяжении и сжатии.

Расчеты по формулам (1) дают результаты, близкие к расчетным значениям  $C_0$  и  $\varphi_0$ , полученным по методике ГОСТ. Например, при  $\sigma_p = 10,2$  МПа и  $\sigma_{сж} = 78,7$  МПа по методике ГОСТ получим  $C_0 = 17$  МПа и  $\varphi_0 = 49^\circ$ , а по формулам (1)  $C_0 = 14$  МПа и  $\varphi_0 = 50^\circ$ .

Поставим задачу – по результатам многократных испытаний образцов, выполненных для определения прочности при одноосном сжатии и растяжении, оценить сцепление и угол внутреннего трения (коэффициент внутреннего трения), их природную изменчивость и взаимную корреляцию.

Сцепление и коэффициент внутреннего трения находим по формулам (1), используя среднеарифметические значения пределов прочности при одноосном сжатии и растяжении, полученные по результатам испытаний образцов ( $m$  – число испытаний на сжатие,  $n$  – число испытаний на растяжение):

$$\sigma_p = \frac{\sum_{i=1}^n \sigma_{pi}}{n}; \quad \sigma_{сж} = \frac{\sum_{i=1}^m \sigma_{сжи}}{m}; \quad C = \frac{\sqrt{\sigma_p \sigma_{сж}}}{2}; \quad \varphi = \text{arctg} \frac{\sigma_{сж} - \sigma_p}{2\sqrt{\sigma_p \sigma_{сж}}}.$$

Для получения статистических характеристик параметров паспорта прочности – среднеквадратических отклонений и коэффициента корреляции – необходимо рассчитать элементы ковариационной матрицы переменных  $y_1 = C$  и  $y_2 = \text{tg}\varphi$ , являющихся функциями от переменных  $x_1 = \sigma_{сж}$  и  $x_2 = \sigma_p$  [8]:

$$\mathbf{K}_{C, \text{тг}\phi} = \mathbf{B} \mathbf{K}_{\sigma_{\text{сж}}, \sigma_{\text{р}}} \mathbf{B}^T = \begin{pmatrix} k_1 & k_{12} \\ k_{12} & k_2 \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Элементы матрицы частных производных рассчитаем по формулам:

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} \frac{\partial y_1}{\partial x_1} & \frac{\partial y_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial y_2}{\partial x_1} & \frac{\partial y_2}{\partial x_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{\sigma_{\text{р}}}}{4\sqrt{\sigma_{\text{сж}}}} & \frac{\sqrt{\sigma_{\text{сж}}}}{4\sqrt{\sigma_{\text{р}}}} \\ \frac{\sigma_{\text{сж}} + \sigma_{\text{р}}}{4\sigma_{\text{сж}}\sqrt{\sigma_{\text{сж}}\sigma_{\text{р}}}} & -\frac{\sigma_{\text{сж}} + \sigma_{\text{р}}}{4\sigma_{\text{р}}\sqrt{\sigma_{\text{сж}}\sigma_{\text{р}}}} \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Ковариационная матрица переменных  $x_1$  и  $x_2$ , в силу независимости результатов испытаний образцов на прочность, имеет вид диагональной матрицы:

$$\mathbf{K}_{\sigma_{\text{сж}}, \sigma_{\text{р}}} = \begin{pmatrix} s_{\sigma_{\text{сж}}}^2 & \\ & s_{\sigma_{\text{р}}}^2 \end{pmatrix}, \quad (4)$$

где  $s_{\sigma_{\text{сж}}}$ ,  $s_{\sigma_{\text{р}}}$  – среднеквадратические отклонения (в обозначениях *ГОСТ 20522-2012. Грунты. Методы статистической обработки результатов испытаний*) пределов прочности при одноосном сжатии и растяжении, полученные по результатам испытаний образцов:

$$s_{\sigma_{\text{сж}}}^2 = \frac{\sum_{i=1}^m (\sigma_{\text{сж}i} - \sigma_{\text{сж}})^2}{m-1}; \quad s_{\sigma_{\text{р}}}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\sigma_{\text{р}i} - \sigma_{\text{р}})^2}{n-1}.$$

Элементы  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_{12}$  ковариационной матрицы  $\mathbf{K}_{C, \text{тг}\phi}$  используются для расчета среднеквадратических отклонений параметров паспорта прочности:

среднеквадратическое отклонение для сцепления

$$s_C = \sqrt{k_1}; \quad (5)$$

среднеквадратическое отклонение для коэффициента внутреннего трения

$$s_f = \sqrt{k_2}; \quad (6)$$

среднеквадратическое отклонение для угла внутреннего трения

$$s_{\phi} = 57,3^\circ \cos^2 \phi \sqrt{k_2}; \quad (7)$$

коэффициент корреляции между сцеплением и коэффициентом внутреннего трения

$$r_{C, f} = \frac{k_{12}}{\sqrt{k_1 k_2}}. \quad (8)$$

С учетом формул (5)–(8) получим:

$$s_C = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{\sigma_p}{\sigma_{сж}} s_{сж}^2 + \frac{\sigma_{сж}}{\sigma_p} s_{сп}^2}; \quad (9)$$

$$s_{f(\text{tg}\varphi)} = \frac{\sigma_{сж} + \sigma_p}{4} \sqrt{\frac{s_{сж}^2}{\sigma_{сж}^3 \sigma_p} + \frac{s_{сп}^2}{\sigma_{сж} \sigma_p^3}}; \quad (10)$$

$$s_\varphi = 57,3^\circ \cos^2 \varphi \frac{\sigma_{сж} + \sigma_p}{4} \sqrt{\frac{s_{сж}^2}{\sigma_{сж}^3 \sigma_p} + \frac{s_{сп}^2}{\sigma_{сж} \sigma_p^3}}; \quad (11)$$

$$r_{C,f} = \left( \frac{s_{сж}^2}{\sigma_{сж}^2} - \frac{s_{сп}^2}{\sigma_p^2} \right) / \left( \frac{s_{сж}^2}{\sigma_{сж}^2} + \frac{s_{сп}^2}{\sigma_p^2} \right). \quad (12)$$

Рассмотрим пример. В качестве исходных данных примем результаты построения паспорта прочности для пробы № 12 – гранодиорит на месторождении Эрдэнэтийн-Овоо в Монголии (*Исследование физико-механических свойств горных пород и сейсмических влияний взрывных работ в районе для разработки проекта циклично-поточной технологии (ЦПТ) при транспортировке руды на обогатительную фабрику на руднике открытых работ КОО «Предприятие Эрдэнэт»: отчет по НИР. Монголия. Исполнитель ИЭЦ ИГД УрО РАН. 2010. 42 с.*):

$$\sigma_{сж} = 109,4 \text{ МПа}; \quad s_{сж} = 37,3 \text{ МПа}; \quad \sigma_p = 10,3 \text{ МПа}; \quad s_{сп} = 2,9 \text{ МПа}.$$

По формулам (2) вычисляем параметры паспорта прочности:  $C = 16,8 \text{ МПа}$ ;  $\text{tg}\varphi = 1,476$ ;  $\varphi = 55,9^\circ$ . По таблицам ГОСТ получим  $C = 19,3 \text{ МПа}$ ;  $\varphi = 53,5^\circ$ .

Расчет ковариационной матрицы по формулам (2)–(4):

$$\mathbf{K}_{C, \text{tg}\varphi} = \mathbf{B} \mathbf{K}_{сж, сп} \mathbf{B}^T = \begin{pmatrix} 13,77 & 0,2766 \\ 0,2766 & 0,1554 \end{pmatrix}.$$

Статистические характеристики параметров паспорта прочности – по формулам (9)–(12):

$$s_C = 3,71 \text{ МПа}; \quad s_f = 0,394; \quad s_\varphi = 7,1^\circ; \quad r_{C,f} = 0,19.$$

Формулы (9)–(12) можно выразить через коэффициенты вариации:

$$\begin{aligned} s_C &= \frac{\sqrt{\sigma_p \sigma_{сж}}}{4} \sqrt{V_{сж}^2 + V_{сп}^2}; \\ s_f &= \frac{\sigma_p + \sigma_{сж}}{4 \sqrt{\sigma_p \sigma_{сж}}} \sqrt{V_{сж}^2 + V_{сп}^2}; \\ r_{C,f} &= \frac{V_{сж}^2 - V_{сп}^2}{V_{сж}^2 + V_{сп}^2}, \end{aligned} \quad (13)$$

где  $V_{\sigma_{сж}} = s_{\sigma_{сж}} / \sigma_{сж}$  – коэффициент вариации предела прочности при сжатии;  
 $V_{\sigma_{сп}} = s_{\sigma_{сп}} / \sigma_{сп}$  – коэффициент вариации предела прочности при растяжении.

Из формулы (13) следует, что коэффициент корреляции

$$r_{C,f} = \begin{cases} 0 & \text{при } V_{\sigma_{сж}} = V_{\sigma_{сп}}; \\ < 0 & \text{при } V_{\sigma_{сж}} < V_{\sigma_{сп}}. \end{cases}$$

Паспорт прочности для дисперсных грунтов – песков (кроме гравелистых и крупных), глинистых и органо-минеральных грунтов – строят по результатам испытания грунта методом одноплоскостного среза в соответствии с *ГОСТ 12248-2010. Грунты. Методы лабораторного определения характеристик прочности и деформируемости*. Характеристики прочности грунта – угол внутреннего трения и удельное сцепление – определяются через параметры линейной зависимости  $\tau = \sigma \operatorname{tg}\varphi + C$  между касательными  $\tau$  и нормальными  $\sigma$  напряжениями, возникающими при срезе образца. При этом измеряемой величиной является горизонтальная срезающая нагрузка при различных значениях заданной нормальной нагрузки.

Ковариационная матрица параметров  $C$  и  $\operatorname{tg}\varphi$  линейной зависимости будет вычисляться по формуле [8, 10]:

$$\mathbf{K}_{C, \operatorname{tg}\varphi} = (\mathbf{A}^T \mathbf{K}_{\tau}^{-1} \mathbf{A})^{-1} = \begin{pmatrix} k_1 & k_{12} \\ k_{12} & k_2 \end{pmatrix}. \quad (14)$$

Элементы матрицы частных производных уравнений связи  $\tau_i = \sigma_i \operatorname{tg}\varphi + C$ , которые составляются для каждого из  $n$  испытаний, рассчитываются по формулам:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \tau_1}{\partial C} & \frac{\partial \tau_1}{\partial \operatorname{tg}\varphi} \\ \dots & \dots \\ \frac{\partial \tau_n}{\partial C} & \frac{\partial \tau_n}{\partial \operatorname{tg}\varphi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \sigma_1 \\ \dots & \dots \\ 1 & \sigma_n \end{pmatrix}.$$

Ковариационная матрица  $\mathbf{K}_{\tau}$ , в силу независимости измеренных значений касательных напряжений, имеет вид диагональной матрицы:

$$\mathbf{K}_{\tau} = \begin{pmatrix} s_{\tau 1}^2 & & \\ & \dots & \\ & & s_{\tau n}^2 \end{pmatrix},$$

где  $s_{\tau 1}, \dots, s_{\tau n}$  – среднеквадратические отклонения касательных напряжений. Естественно принять для испытываемой пробы среднеквадратические отклонения равными, т. е.  $s_{\tau 1} = s_{\tau n} = s_{\tau}$ . Тогда формула (14) примет вид:

$$\mathbf{K}_{C, \operatorname{tg}\varphi} = s_{\tau}^2 (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} = s_{\tau}^2 \begin{pmatrix} n & \sum_{i=1}^n \sigma_i \\ \sum_{i=1}^n \sigma_i & \sum_{i=1}^n \sigma_i^2 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{s_{\tau}^2}{n \sum_{i=1}^n \sigma_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n \sigma_i \right)^2} \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^n \sigma_i^2 & -\sum_{i=1}^n \sigma_i \\ -\sum_{i=1}^n \sigma_i & n \end{pmatrix}.$$

Используя формулы (5)–(8), получим:  
среднеквадратическое отклонение для удельного сцепления

$$s_C = s_\tau \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \sigma_i^2}{n \sum_{i=1}^n \sigma_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n \sigma_i\right)^2}}; \quad (15)$$

среднеквадратическое отклонение для коэффициента внутреннего трения

$$s_f = s_\tau \sqrt{\frac{n}{n \sum_{i=1}^n \sigma_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n \sigma_i\right)^2}}; \quad (16)$$

среднеквадратическое отклонение для угла внутреннего трения

$$s_\varphi = 57,3^\circ \cos^2 \varphi s_\tau \sqrt{\frac{n}{n \sum_{i=1}^n \sigma_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n \sigma_i\right)^2}}; \quad (17)$$

коэффициент корреляции между удельным сцеплением и коэффициентом внутреннего трения

$$r_{C,f} = -\frac{\sum_{i=1}^n \sigma_i}{\sqrt{n \sum_{i=1}^n \sigma_i^2}}.$$

Заметим, что для рассмотренного способа определения параметров паспорта прочности коэффициент корреляции между удельным сцеплением и коэффициентом внутреннего трения всегда отрицательный.

Удельное сцепление и коэффициент внутреннего трения оцениваются по методу наименьших квадратов:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} C \\ f \end{pmatrix} &= (\mathbf{A}^T \mathbf{K}_\tau^{-1} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{K}_\tau^{-1} \boldsymbol{\tau} = \\ &= \frac{\Delta_\tau^2}{n \sum_{i=1}^n \sigma_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n \sigma_i\right)^2} \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^n \sigma_i^2 & -\sum_{i=1}^n \sigma_i \\ -\sum_{i=1}^n \sigma_i & n \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{\Delta_\tau^2} \begin{pmatrix} 1 & \dots & 1 \\ \sigma_1 & \dots & \sigma_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tau_1 \\ \dots \\ \tau_n \end{pmatrix}, \end{aligned}$$

т. е.

$$C = \frac{\sum_{i=1}^n \sigma_i^2 \sum_{i=1}^n \tau_i - \sum_{i=1}^n \sigma_i \sum_{i=1}^n \sigma_i \tau_i}{n \sum_{i=1}^n \sigma_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n \sigma_i \right)^2};$$

$$f = \operatorname{tg} \varphi = \frac{n \sum_{i=1}^n \sigma_i \tau_i - \sum_{i=1}^n \sigma_i \sum_{i=1}^n \tau_i}{n \sum_{i=1}^n \sigma_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n \sigma_i \right)^2}.$$
(18)

Среднеквадратическое отклонение касательных напряжений, необходимое для расчетов по формулам (15)–(17), находим по формуле:

$$s_\tau = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\tau_i - C - \sigma_i \operatorname{tg} \varphi)^2}{n - 2}}.$$
(19)

Формулы (18)–(19) приведены в ГОСТ 20522-2012. Надежные оценки получаются при статистической обработке опытных значений нормальных и касательных напряжений как единой совокупности для монолитов, принадлежащих одному инженерно-геологическому элементу (ИГЭ).

Рассмотрим пример. В качестве исходных данных примем результаты 27 лабораторных определений сопротивлений срезу  $\tau$  в девяти сериях при трех значениях нормального напряжения  $\sigma_1 = 100$  кПа,  $\sigma_2 = 200$  кПа,  $\sigma_3 = 300$  кПа, выполненных для инженерно-геологического элемента, сложенного суглинками [11] (таблица).

**Результаты лабораторных определений сопротивлений срезу [11]**  
**The results of cut resistance laboratory determinations [11]**

Нормальные напряжения, кПа	Касательные напряжения, кПа								
	$\sigma_1 = 100$	73	71	75	67	80	69	85	62
$\sigma_2 = 200$	96	99	120	110	108	90	117	101	119
$\sigma_3 = 300$	116	122	159	148	135	137	150	136	133

По данным таблицы сформируем матрицу  $\mathbf{A}$  и вектор  $\boldsymbol{\tau}$ :

$$\mathbf{A}^T = \begin{pmatrix} 1 & \dots & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 100 & \dots & 100 & 200 & \dots & 200 & 300 & \dots & 300 \end{pmatrix};$$

$$\boldsymbol{\tau}^T = (73 \quad \dots \quad 70 \quad 96 \quad \dots \quad 119 \quad 116 \quad \dots \quad 133).$$

Оценки удельного сцепления и коэффициента внутреннего трения:

$$\begin{pmatrix} C \\ f \end{pmatrix} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \boldsymbol{\tau} = \begin{pmatrix} 40,6 \text{ кПа} \\ 0,324 \end{pmatrix}, \quad \varphi = 18,0^\circ.$$

Среднеквадратические отклонения и коэффициент корреляции:

$$s_{\tau} = \sqrt{(\boldsymbol{\tau}^T \boldsymbol{\tau} - \boldsymbol{\tau}^T \mathbf{A} (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \boldsymbol{\tau}) / (n - 2)} = 10,6 \text{ кПа};$$

$$\mathbf{K}_{C, \text{tg}\varphi} = s_{\tau}^2 (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} = s_{\tau}^2 \begin{pmatrix} \frac{7}{27} & -\frac{1}{900} \\ -\frac{1}{900} & \frac{1}{180\,000} \end{pmatrix}.$$

$$s_C = 5,4 \text{ кПа}; \quad s_f = 0,025; \quad s_{\varphi} = 1,3^{\circ}; \quad r_{C,f} = -0,926.$$

Отметим высокую отрицательную корреляцию между параметрами паспорта прочности.

*ГОСТ 21153.5-88. Породы горные. Метод определения предела прочности при срезе со сжатием* содержит методику определения предела прочности при срезе  $\tau_0$  и нормального сжимающего напряжения  $\sigma_0$  для образцов, помещаемых в стальные наклонные матрицы испытательного устройства [12]. Характеристики прочности грунта – угол внутреннего трения и сцепление – определяются через параметры линейной зависимости  $\tau_0 = \sigma_0 \text{tg}\varphi + C$  между касательными  $\tau$  и нормальными  $\sigma$  напряжениями, возникающими при срезе образца по методике регрессионного анализа [2]. Однако регрессионный анализ при данном методе испытаний применять нельзя, так как в обе переменные –  $\tau_0$  и  $\sigma_0$  – входят погрешности определения разрушающей силы  $P$ . Здесь следует применять формулы конфлюентного анализа. Теория конфлюентного анализа для прямолинейной зависимости и пример обработки данных приведены в [8]. Там же показано, что значения параметров паспорта прочности, рассчитанные по методике регрессионного анализа, могут быть искажены на 20 %, а их статистические характеристики – в несколько раз.

**Выводы.** В статье рассмотрена методика корреляционного анализа результатов испытаний образцов для построения паспорта прочности горных пород. Установлено, что способ расчета ковариационной матрицы параметров паспорта прочности зависит от применяемого лабораторного метода испытаний образцов.

В статистических расчетах при решении задач горной геомеханики учет коэффициента корреляции производится по формуле:

$$s_F = \sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial C}\right)^2 s_C^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial f}\right)^2 s_f^2 + 2r_{C,f} \left(\frac{\partial F}{\partial C}\right) \left(\frac{\partial F}{\partial f}\right) s_C s_f}, \quad (20)$$

где  $F$  – функция от параметров паспорта прочности.

Примеры на применение формулы (20) при решении задачи обеспечения устойчивости карьерных откосов приведены в работе [13].

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Гордеев В. А. Основы геометризации геотехнических условий разработки на карьерах: автореф. дисс. ... д-ра техн. наук. Санкт-Петербург, 1994. 32 с.
2. Попов В. Н., Шпаков П. С., Юнаков Ю. Л. Управление устойчивостью карьерных откосов. М.: МГТУ, 2008. 683 с.
3. Gordeev V. Zur parameterschätzung ausgleichender funktionen ohne fehlerfreie variable // Vermessungstechnik. 1989. N. 9. S. 310–313.
4. Манаков А. В. Построение паспортов прочности по опытным данным // ГИАБ. 2004. № 11. С. 94–95.
5. Певзнер М. Е., Иофис М. А., Попов В. Н. Геомеханика. М.: МГТУ, 2005. 438 с.
6. Латышев О. Г. Разрушение горных пород. М.: Теплотехник, 2007. 672 с.



7. Баклашов И. В. Геомеханика. В 2 т. Т.1. Основы геомеханики. М.: МГГУ, 2004. 208 с.
8. Гордеев В. А. Теория ошибок измерений и уравнивательные вычисления. Екатеринбург: УГГУ, 2004. 429 с.
9. Wolf H. Ausgleichsrechnung I. 3. Aufl. Ferd. Dümmlers Verlag, Bonn. 1998. 322 s.
10. Draper N., Smith T. Applied regression analysis. 1998, by John Wiley & Sons, Inc. 736 p.
11. Определение сопротивления грунтов сдвигу методом одноплоскостного среза: методические указания к лабораторным работам по механике грунтов / сост. В. В. Фурсов, М. В. Балюра. Томск: ТГАСУ, 2016. 34 с.
12. Борщ-Компонице В. И. Практическая механика горных пород. М.: Горная книга, 2013. 322 с.
13. Гордеев В. А. Геометризация геотехнических условий разработки на карьерах: науч. моногр. Екатеринбург: УГГУ, 2017. 250 с.

Поступила в редакцию 27 февраля 2019 года

### Сведения об авторах:

**Гордеев Виктор Александрович** – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой маркшейдерского дела Уральского государственного горного университета. E-mail: gordeev.v@ursmu.ru

DOI: 10.21440/0536-1028-2019-4-33-42

## Calculation of statistical characteristics of rock strength certificate

**Viktor A. Gordeev**<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Ural State Mining University, Ekaterinburg, Russia.

### Abstract

**Introduction.** At risk assessment in problems of mining geomechanics it is necessary to consider statistical characteristics of rock physical parameters variability and interconnection – mean square deviations and coefficients of correlation of these parameters for each engineering-geological element. In calculations of career slopes stability rock strength certificate parameters are used – coupling and internal friction angle. Neglect of mutual correlation between rock strength certificate parameters leads to settlement indicator errors overestimate/understating, while the neglect of the coefficient of stability and geometrical parameters of a slope leads to understating/overestimate of degree of risk.

**Research aim and methodology.** On the basis of the regression analysis the present research aims to consider ways of receiving elements of a correlation matrix for various ways of creating rock strength certificate according to the results of laboratory researches of the samples – at monoaxial compression and stretching and by the one-plane cut method.

**Results.** The formulae necessary to calculate rock strength certificate parameters covariance matrix are introduced in the article. It is established that the way of calculating covariance matrix depends on the applied samples laboratory test method. The examples have shown that the correlation coefficient between coupling and of internal friction coefficient can be of various signs.

**Scope of results.** Values of rock strength certificate parameters statistical characteristics, calculated by the offered technique, can be used to solve rock geomechanics probabilistic problems.

**Key words:** rock strength certificate; coupling; internal friction coefficient; tests of samples; covariance matrix; correlation coefficient.

### REFERENCES

1. Gordeev V. A. *The fundamentals of geotechnical development conditions geometrization at open pits. DSc (Engineering) abstract of dissertation.* St. Petersburg; 1994. (In Russ.)
2. Popov V. N., Shpakov P. S., Iunakov Iu. L. *Open pit slopes stability control.* Moscow: MSMU Publishing; 2008. (In Russ.)
3. Gordeev V. Zur parameterschätzung ausgleichender funktionen ohne fehlerfreie variable. *Vermessungstechnik.* 1989; 9: 310–313.
4. Manakov A. V. Building strength certificates according to experimental data. *Gornyi informatsionno-analiticheskii bulletin (nauchno-tekhnicheskii zhurnal) = Mining Informational and Analytical Bulletin (scientific and technical journal).* 2004; 11: 94–95. (In Russ.)
5. Pevzner M. E., Iofis M. A., Popov V. N. *Geomechanics.* Moscow: MSMU Publishing; 2005. (In Russ.)
6. Latyshev O. G. *Rock breaking.* Moscow: Teplotekhnika Publishing; 2007. (In Russ.)
7. Baklashov I. V. *Geomechanics. In 2 volumes. Volume I. The fundamentals of geomechanics.* Moscow: MSMU Publishing; 2004. (In Russ.)
8. Gordeev V. A. *The theory of measurement errors and compensation computations.* Ekaterinburg: UrSMU Publishing; 2004. (In Russ.)
9. Wolf H. *Ausgleichsrechnung I. 3. Aufl. Ferd. Dümmlers Verlag, Bonn.* 1998. 322 s.
10. Draper N., Smith T. *Applied regression analysis.* 1998, by John Wiley & Sons, Inc. 736 p.

11. V. V. Fursov, M. V. Baliura (eds.) *Determination of soil shear resistance by the method of single-plane cut: guidelines for laboratory work on soil mechanics*. Tomsk: TSUAB Publishing; 2016. (In Russ.)
12. Borshch-Komponiets V. I. *Applied rock mechanics*. Moscow: Gornaia kniga Publishing; 2013. (In Russ.)
13. Gordeev V. A. *Geometrization of geotechnical development conditions at open pits: scientific monograph*. Ekaterinburg: UrSMU Publishing; 2017. (In Russ.)

Received 27 February, 2019

**Information about authors:**

**Viktor A. Gordeev** – DSc (Engineering), Professor, the Head of the Department of Mine Surveying, Ural State Mining University. E-mail: gordeev.v@ursmu.ru

**Для цитирования:** Гордеев В. А. Расчет статистических характеристик паспорта прочности горных пород // Известия вузов. Горный журнал. 2019. № 4. С. 33–42. DOI: 10.21440/0536-1028-2019-4-33-42  
**For citation:** Gordeev V. A. Calculation of statistical characteristics of rock strength certificate. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Gornyi zhurnal = News of the Higher Institutions. Mining Journal*. 2019; 4: 33–42 (In Russ.). DOI: 10.21440/0536-1028-2019-4-33-42