

ПЕРИОДИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ РАБОЧЕГО ОРГАНА ВИБРОТРАНСПОРТНОЙ МАШИНЫ С УЧЕТОМ ДЕЙСТВИЯ ВОЗМУЩАЮЩЕЙ НАГРУЗКИ И СИЛЫ ТРЕНИЯ В ОПОРАХ

АФАНАСЬЕВ А. И., КАЗАКОВ Ю. М., СУСЛОВ Д. Н., ЧИРКОВА А. А.

В работе рассматривается задача аналитического определения вида вынужденных линейных плоских колебаний рабочего органа (РО) вибротранспортной машины при периодическом действии на него возмущающей нагрузки с учетом влияния сил трения в опорах. Особенностью имитационной модели процесса является то, что величина возмущающей силы зависит от положения рабочего органа, а сила трения в опорах постоянна. Включение возмущающей нагрузки происходит в момент, когда рабочий орган проходит нулевую точку, двигаясь в положительном направлении отсчета координаты с заданной начальной скоростью. Направление действия возмущающего усилия совпадает с положительным направлением движения РО. Выключение возмущения производится по достижении рабочим органом определенного (заданного) положения. Цикл рабочего процесса состоит из трех этапов. На первом этапе на РО действуют возмущающее усилие и сила сопротивления. На втором этапе движения рабочий орган совершает свободные колебания с постоянным сопротивлением. На обратном ходе РО в момент, когда он вновь достигает заданного положения, для уменьшения амплитуды подключаются дополнительные пружины. В результате происходит скачкообразный рост суммарного коэффициента жесткости упругих элементов системы и с этого момента начинается третий этап движения – свободные колебания РО с сопротивлением при усиленной жесткости упругих элементов. Результаты расчетов показали, что величина амплитуды колебаний рабочего органа практически совпадает с амплитудой, полученной в результате эксперимента на опытно-промышленной вибротранспортной машине, ошибка не превышает 10 %.

Ключевые слова: вибротранспортные резонансные машины; угловая частота; амплитуда колебаний; ускорение; жесткость опор; вибровозбудитель; сила трения.

Рассматривается задача определения аналитического вида вынужденных колебаний рабочего органа (РО) вибротранспортной машины (ВТМ) при периодическом действии на него возмущающей нагрузки с учетом влияния сил трения в опорах. Особенностью модели процесса является то, что величина возмущающей силы зависит от положения рабочего органа, а сила трения в опорах постоянна. Последнее означает, что сила сопротивления движению РО, обусловленная силой трения в опорах, также является постоянной величиной.

Афанасьев Анатолий Ильич – доктор технических наук, профессор кафедры технической механики. 620144, г. Екатеринбург, ул. Куйбышева, 30, Уральский государственный горный университет. E-mail: gmf.tm@m.ursmu.ru

Казakov Юрий Михайлович – кандидат технических наук, доцент кафедры технической механики. 620144, г. Екатеринбург, ул. Куйбышева, 30, Уральский государственный горный университет. E-mail: gmf.tm@m.ursmu.ru

Суслов Дмитрий Николаевич – кандидат технических наук, ведущий инженер-программист. 620012, г. Екатеринбург, пл. Первой Пятилетки, АО «Завод № 9». E-mail: susdmity@yandex.ru

Чиркова Елена Анатольевна – кандидат технических наук, доцент кафедры технической механики. 620144, г. Екатеринбург, ул. Куйбышева, 30, Уральский государственный горный университет. E-mail: gmf.tm@m.ursmu.ru

Цикл рабочего процесса состоит из трех этапов. На первом этапе на РО действуют возмущающее усилие и сила сопротивления. Предположим, что включение возмущающей нагрузки происходит в момент, когда рабочий орган проходит нулевую точку, двигаясь в положительном направлении отсчета координаты с заданной начальной скоростью. Направление действия возмущающего усилия совпадает с положительным направлением движения РО. Выключение возмущения производится по достижении рабочим органом определенного (заданного) положения \bar{x} . Далее рассматривается второй этап движения, где рабочий орган совершает свободные колебания с постоянным сопротивлением. На обратном ходе РО в момент, когда он вновь достигает заданного положения с координатой \bar{x} , для уменьшения амплитуды подключаются дополнительные пружины. В результате происходит скачкообразный рост суммарного коэффициента жесткости упругих элементов системы, и с этого момента начинается третий этап движения – свободные колебания РО с сопротивлением при усиленной жесткости упругих элементов.

Можно считать, что на каждом из участков отсчет движения начинается с момента $t = 0$. Для получения непрерывного решения конечные значения параметров движения на каком-либо из участков должны служить начальными для последующего. При этом общее время движения суммируется.

Полный цикл вынужденных колебаний завершается, когда рабочий орган, двигаясь в сторону положительного направления отсчета координаты, проходит нулевую точку. В этом месте дополнительные упругие элементы отключаются, и система возвращается в исходное состояние.

В настоящей работе возмущающая сила $F_b(x)$ представлена линейной функцией координаты РО: $F_b(x) = ax + b$, где a, b – постоянные коэффициенты. Сила F_c сопротивления движению РО постоянна: $F_c = b_1 = \text{const}$. Проекция силы сопротивления на ось отрицательна, если движение РО происходит в положительном направлении, и положительна, если на данном участке скорость РО отрицательна.

Модель движения РО на участке 1 приводит к нелинейному уравнению вынужденных колебаний вида:

$$m\ddot{x}_1 + cx_1 = F_b(x_1) - F_c; \quad 0 \leq x_1 \leq \bar{x}, \quad (1)$$

где x_1 – текущая координата движения РО на участке 1; m – масса РО; c – коэффициент жесткости упругих элементов системы, \bar{x} – заданная координата отключения возмущающего усилия. В уравнении знак проекции силы сопротивления определен предположением, что в начале цикла возмущенного движения скорость движения РО положительна.

С учетом возмущающей силы и силы сопротивления уравнение (1) представляется в виде:

$$m\ddot{x}_1 + cx_1 = ax_1 + b - b_1, \quad \text{или} \quad \ddot{x}_1 + \omega_1^2 x_1 = \frac{b - b_1}{m}; \quad \omega_1^2 = \frac{c - a}{m},$$

где b_1 – сила сопротивления движению РО, Н; ω_1 – частота собственных колебаний РО, рад/с.

В настоящей работе исследуется вариант, когда коэффициент жесткости упругих элементов системы превосходит угловой коэффициент линейной функции возмущающей силы: $c > a$. В этом случае уравнение возмущенного движения имеет своим решением функцию

$$x_1 = A_1 \sin(\omega_1 t + \varepsilon_1) + \frac{b - b_1}{m\omega_1^2}.$$

Постоянные интегрирования ε_1 , A_1 определяются из начальных условий: при $t = 0$ $x_1(0) = x_{01} = 0$, $\dot{x}_1(0) = \dot{x}_{01}$. Находим:

$$A_1 = \sqrt{\left(\frac{\dot{x}_{01}}{\omega_1}\right)^2 + \left(\frac{b - b_1}{m\omega_1^2}\right)^2}; \quad \operatorname{tg}\varepsilon_1 = -\left(\frac{b - b_1}{m\omega_1 \dot{x}_{01}}\right). \quad (2)$$

Время движения РО на первом участке определяется из условия, что в момент $t = t_{1\bar{x}}$ рабочий орган достигает координаты \bar{x} . Время движения находится из решения трансцендентного уравнения

$$\bar{x} = A_1 \sin(\omega_1 t + \varepsilon_1) + \frac{b - b_1}{m\omega_1^2}.$$

Скорость РО в момент $t = t_{1\bar{x}}$

$$\dot{x}_{1\bar{x}} = \dot{x}_1(t_{1\bar{x}}) = A_1 \omega_1 \cos(\omega_1 t_{1\bar{x}} + \varepsilon_1). \quad (3)$$

Рассмотрим движение РО на участке 2. Здесь при отсутствии возмущающего усилия на РО действует только сила сопротивления. Дифференциальное уравнение движения распадается на два. Одно из них описывает движение, где отклонение РО от нейтрального положения возрастает (скорость РО $\dot{x}_2 > 0$), другое – обратное, где отклонение убывает ($\dot{x}_2 < 0$):

$$m\ddot{x}_2 + cx_2 = -F_c = -b_1, \quad \text{при } \dot{x}_2 > 0, \quad (4)$$

$$m\ddot{x}_2 + cx_2 = F_c = b_1, \quad \text{при } \dot{x}_2 < 0. \quad (5)$$

Начальными условиями для уравнения (4), описывающего нарастание отклонения, будут значения координаты и скорости РО в конце участка 1. Полагая начало движения на участке 2 при $t = 0$, получим: $x_2(0) = x_{02} = \bar{x}$, $\dot{x}_2(0) = \dot{x}_{02} = \dot{x}_{1\bar{x}}$.

Рост отклонения РО после отключения возмущающего усилия в соответствии с уравнением движения (4) $m\ddot{x}_2 + cx_2 = -b_1$ происходит по закону:

$$x_2 = A_2 \sin(\omega_2 t + \varepsilon_2) - \frac{b_1}{m\omega_2^2}; \quad (6)$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{c}{m}}; \quad A_2 = \sqrt{\left(\frac{\dot{x}_{1\bar{x}}}{\omega_2}\right)^2 + \left(\bar{x} + \frac{b_1}{m\omega_2^2}\right)^2}; \quad \operatorname{tg}\varepsilon_2 = \frac{\omega_2}{\dot{x}_{1\bar{x}}} \left(\bar{x} + \frac{b_1}{m\omega_2^2}\right).$$

Следует заметить, что закон (6) движения РО остается справедливым до тех пор, пока его скорость $\dot{x}_2 = A_2 \omega_2 \cos(\omega_2 t + \varepsilon_2)$ остается положительной, т. е. до момента $t = t_{2\max} = (0,5\pi - \varepsilon_2)\omega_2^{-1}$, когда скорость обращается в нуль. При этом значение координаты, соответствующее максимальному отклонению РО от нейтрального положения:

$$x_{2\max} = A_2 \sin(\omega_2 t_{2\max} + \varepsilon_2) - \frac{b_1}{m\omega_2^2} = A_2 - \frac{b_1}{m\omega_2^2}. \quad (7)$$

Следующий этап участка 2 представляет собой возвратное движение РО и начинается из положения максимального отклонения с нулевой начальной скоростью. Дифференциальное уравнение (5), описывающее возвратное движение РО, имеет вид:

$$\ddot{x}_2 + \omega_2^2 x_2 = \frac{b_1}{m}; \quad \omega_2^2 = \frac{c}{m}. \quad (8)$$

Движение начинается при начальных условиях:

$$\dot{x}_2(0) = 0; \quad x_2(0) = x_{2\max} = A_2 - \frac{b_1}{m\omega_2^2}.$$

Решение уравнения (8) при указанных начальных условиях запишется следующим образом:

$$x_2 = \left(A_2 - \frac{2b_1}{m\omega_2^2} \right) \cos\omega_2 t + \frac{b_1}{m\omega_2^2}.$$

По условию, возвратное движение РО на участке 2 происходит до момента, когда координата достигает заданной величины $x_2 = \bar{x}$. Время движения $t = t_{2\bar{x}}$ находится из решения уравнения

$$\bar{x} = \left(A_2 - \frac{2b_1}{m\omega_2^2} \right) \cos\omega_2 t + \frac{b_1}{m\omega_2^2}.$$

Скорость РО в этот момент $\dot{x}_{2\bar{x}} = \dot{x}_2(t_{2\bar{x}}) = -[A_2 - 2b_1(m\omega_2^2)^{-1}]\omega_2 \sin\omega_2 t_{2\bar{x}}$.

Из этого положения начинается первый этап участка 3 движения РО с новым коэффициентом c_1 жесткости упругих элементов системы. На данном этапе движения РО скорость РО отрицательная и уравнение движения аналогично (5):

$$\ddot{x}_3 + \omega_3^2 x_3 = \frac{b_1}{m}; \quad \omega_3 = \sqrt{\frac{c_1}{m}}. \quad (9)$$

Движение осуществляется при начальных условиях:

$$x_{03} = x_3(0) = \bar{x}; \quad \dot{x}_{03} = \dot{x}_3(0) = \dot{x}_{2\bar{x}}. \quad (10)$$

Решение уравнения (9) с начальными условиями (10) имеет вид

$$x_3 = A_3 \sin(\omega_3 t + \varepsilon_3) + \frac{b_1}{m\omega_3^2}; \quad (11)$$

$$A_3 = \sqrt{\left(\frac{\dot{x}_{2\bar{x}}}{\omega_3} \right)^2 + \left(\bar{x} - \frac{b_1}{m\omega_3^2} \right)^2}; \quad \operatorname{tg}\varepsilon_3 = \frac{\omega_3}{\dot{x}_{2\bar{x}}} \left(\bar{x} - \frac{b_1}{m\omega_3^2} \right).$$

Закон движения РО (11) выполняется до момента $t = t_{3\max} = (1,5\pi - \varepsilon_3)\omega_3^{-1}$, когда скорость РО $\dot{x}_3 = A_3\omega_3\cos(\omega_3t + \varepsilon_3)$ обращается в нуль, что соответствует максимальному отклонению РО на обратном ходе. Значение координаты максимального отклонения $x_{3\max} = -[A_3 - b_1(m\omega_3^2)^{-1}]$.

На втором этапе участка 3 (окончание цикла возмущенного движения) движение РО происходит из положения $x_{3\max}$ с нулевой начальной скоростью и до момента, когда РО достигает нейтрального положения. На этом этапе скорость РО положительна. Дифференциальное уравнение движения РО, аналогичное уравнению (4), имеет вид:

$$\ddot{x}_3 + \omega_3^2 x_3 = -\frac{b_1}{m}; \quad \omega_3 = \sqrt{\frac{c_1}{m}}. \quad (12)$$

Решение уравнения (12) с начальными условиями $x_{03} = x_{3\max}$, $\dot{x}_{03} = 0$ выражается следующим образом:

$$x_3 = -\left(A_3 - \frac{2b_1}{m\omega_3^2}\right)\cos\omega_3t - \frac{b_1}{m\omega_3^2}.$$

Время $t = t_{3k}$ конца цикла (достижение РО нейтрального положения) находится из решения уравнения: $[A_3 - 2b_1(m\omega_3^2)^{-1}]\cos\omega_3t + b_1(m\omega_3^2)^{-1} = 0$.

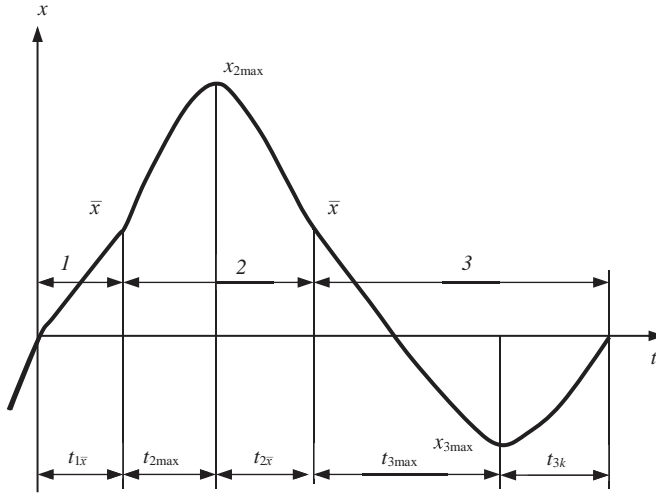


Рис. 1. Этапы расчета возмущенного движения РО:
1 – участок действия возмущающего усилия; 2 – участок свободных колебаний; 3 – участок свободных колебаний с повышенным коэффициентом жесткости

Скорость РО при достижении им в конце цикла нейтрального положения $\dot{x}_{3k} = [A_3 - 2b_1(m\omega_3^2)^{-1}]\omega_3\sin\omega_3t_{3k}$.
Общее время цикла (рис. 1)

$$T = t_{1\bar{x}} + t_{2\max} + t_{2\bar{x}} + t_{3\max} + t_{3k}.$$

Очевидно, скорость РО в конце первого цикла возмущенного движения не равна скорости в его начале. В результате второй цикл не является кинематическим подобием первого. Однако наличие периодически действующего возмуща-

ющего усилия с постоянными параметрами достаточно быстро приводит систему в периодический режим.

С использованием приведенных формул авторами определены амплитуды колебаний рабочего органа для разных начальных условий: скорости рабочего органа в положении статического равновесия (0,2–0,3 м/с), величины рабочего зазора (10–15 мм). Результаты расчетов показали, что амплитуда колебаний рабочего органа при движении вперед равна соответственно 17 и 21 мм, а при движении назад – 12 и 15 мм.

При проведении испытаний на опытно-промышленном грохоте эти амплитуды были соответственно равны: при движении рабочего органа вперед – 18 и 22 мм, при движении назад – 10 и 13 мм.

Итак, предложенная методика расчета амплитуд колебаний рабочего органа грохота адекватно отражает реальный рабочий процесс и может быть использована при имитационном моделировании движения материала по вибрирующей поверхности.

Уравнения (2), (3), (7), (11) показывают, что, изменяя параметры движущего усилия, можно регулировать амплитуды колебаний рабочего органа и, соответственно, скорость движения горной массы и производительность вибротранспортной машины.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Потураев В. Н. Резонансные грохоты. М.: ЦНИЭИ-уголь, 1963. 94 с.
2. Афанасьев А. И., Андрюшенков Д. Н., Закаменных А. Ю. Резонансный грохот с линейным электромагнитным двигателем // Изв. вузов. Горный журнал. 2010. № 2. С. 57–60.
3. Дмитриев В. Н., Горбунов А. А. Резонансный вибрационный электропривод машин установок с автоматическим управлением // Изв. Самарского научного центра РАН. 2009. Т. 11. № 3. С. 25–29.
4. Мальцев В. А., Афанасьев А. И., Суслов Д. Н., Чиркова А. А. Параметры вибротранспортирования горной массы в резонансном питателе с квазигармоническими колебаниями рабочего органа // Изв. вузов. Горный журнал. 2011. № 5. С. 57–60.

Поступила в редакцию 28 сентября 2017 года

PERIODICAL SOLUTIONS OF FORCED OSCILLATIONS OF WORKING PART OF VIBRATION-TRANSPORT MACHINE CONSIDERING THE COMPELLING LOAD AND FRICTION FORCE IN SUPPORTS

Afanas'ev A. I., Kazakov Iu. M. – The Ural State Mining University, Ekaterinburg, the Russian Federation. E-mail: gmftm@m.ursmu.ru

Suslov D. N. – AO Zavod no. 9, Ekaterinburg, the Russian Federation. E-mail: susdmitry@yandex.ru

Chirkova A. A. – The Ural State Mining University, Ekaterinburg, the Russian Federation. E-mail: gmftm@m.ursmu.ru

This article considers the problem of analytical definition of a type of linear flat oscillations of working part (WP) of vibration-transport machine when compelling load is periodical, considering the friction forces in supports. The feature of imitation model of the process is that the value of compelling force depends on the position of the working part, whereas the friction force in supports is constant. The switching-on of the compelling load occurs when working part is passing through the zero point, moving in positive direction of coordinate axis with the target initial speed. The direction of action of compelling force coincides with the positive direction of WP movement. The switching-off of the compelling load occurs when the working part reaches definite (target) position. The cycle of the work process consists of the three stages. At the first stage, the compelling force and the resistance force are influencing the WP. At the second stage of the movement, WP is making free oscillations with the constant resistance. During the backward movement of WP, when WP reaches the target position again, the additional springs are attached to decrease the amplitude of oscillation. As the result, there occurs the intermittent growth of the aggregate coefficient of rigidity of elastic supports of the system, and from this moment the third stage of the movement starts – the free oscillations of WP with resistance under increasing rigidity of elastic elements. The results of calculations have shown that the WP oscillation amplitude value is nearly equal to the amplitude obtained in the experiment with trial-industrial vibration-transport machine, the error is not greater than 10%.

Key words: vibration-transport resonant machines; angular frequency; oscillation amplitude; acceleration; elasticity of supports; vibration generator; friction force.

REFERENCES

1. Poturaev V. N. *Rezonansnye grokhoty* [Resonance screens]. Moscow, TsNIEI-ugol' Publ., 1963. 94 p.
 2. Afanas'ev A. I., Andriushenkov D. N., Zakamennykh A. Iu. [Resonance screen with linear electromagnetic motor]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Gornyi zhurnal – News of the Higher Institutions. Mining Journal*, 2010, no. 2, pp. 57–60. (In Russ.)
 3. Dmitriev V. N., Gorbunov A. A. [Resonance vibrational electric motor drive of machines of installations with automatic control]. *Izvestia Samarskogo nauchnogo tsentra RAN – Izvestia of Samara Scientific Center of the Russian Academy of Sciences*, 2009, vol. 11, no. 3, pp. 25–29. (In Russ.)
 4. Mal'tsev V. A., Afanas'ev A. I., Suslov D. N., Chirkova A. A. [Parameters of vibrotransportation of rock mass in the resonant feeder with quasiharmonic vibrations of the working body]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Gornyi zhurnal – News of the Higher Institutions. Mining Journal*, 2011, no. 5, pp. 57–60. (In Russ.)
-